Experimentalphysik III: Relativitätstheorie, Quantenphysik, Kern- und Teilchenphysik
Blatt 9

Prof. Dr. Kilian Singer
Übungsgruppe: Mi, 11.11.2015 15:15-17:00 (Raum 1135)
Abgabe: Do, 12.11.2015 14:00 (Raum 1165)
Übungsgruppenleiter: Stefan Aull (stefan.aull@posteo.de)

Aufgabe 28: **Besetzungszahl für Wasserstoff** (4 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass das Verhältnis der Anzahl der Teilchen, die sich im Zustand n befinden, zu denen im Grundzustand gegeben ist durch:

$$\frac{\text{Anzahl mit Energie } E_n}{\text{Anzahl mit Energie } E_1} = n^2 e^{\frac{-E^{(0)}(1-n^{-2})}{k_B T}}$$

Beachten Sie dass, die Energieniveaus im Wasserstoff $E_n = -E^{(0)}/n^2$, ($E^{(0)} \approx 13.6\text{eV}$) betragen .

(b) Welche Grenze erreicht dieses Verhältnis, wenn n sehr groß wird? Kann es 1 überschreiten? Wenn ja, unter welchen Bedingungen?

(c) Für welchen Wert von n wäre das Verhältnis 0.01 bei der Temperatur der Sonnenoberfläche $T_s \approx 6000\text{K}$?

(d) Ist es realistisch, dass die Anzahl der Atome mit hohem n größer sein kann als die Anzahl mit niedrigem n?

Aufgabe 29: **Zustandsdichte für den 1D-Topf** (2 Punkte)

(a) Betrachten Sie ein System mit einem eindimensionalen spinlosen Teilchen in einem Potenzialtopf der Länge L. Zeigen Sie, dass die erlaubten Energien dieses quantenmechanischen Teilchens $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2$ betragen (wo n eine positive ganze Zahl ist).

(b) Wir nehmen jetzt an, dass das Teilchen im Topf irgendwie Energie austauschen kann was dazu führt, das der Zustand nicht durch eine Wellenfunktion sondern durch eine statistische Verteilung dargestellt wird. Mithilfe der Gleichung

$$\rho(E) = \frac{dn(E)}{dE},$$

wo $n(E)$ die Anzahl an Zuständen der Energie ϵ mit $\epsilon \leq E$ ist, zeigen Sie, dass die Zustandsdichte $\rho(E)$ gleich $\frac{L}{\pi\hbar} \cdot \sqrt{\frac{m}{2E}}$ ist.

Aufgabe 30: **Statistischer Mittelwert der Energie** (2 Punkte)

Der Mittelwert der Energie ist durch $\bar{E} = \sum_\lambda E_\lambda P(E_\lambda)$ definiert, (P ist die Wahrscheinlichkeit) und

$$P(E_\lambda) = \frac{e^{-\frac{E_\lambda}{k_B T}}}{\sum\limits_\alpha e^{-\frac{E_\alpha}{k_B T}}}$$

(a) Für einen harmonischen Oszillator, $\lambda = n$, $E_n = n\hbar\omega$. Zeigen Sie, dass das zu

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}$$

(b) Zeigen Sie, dass man im Grenzfall $k_B T \gg \hbar\omega$ die einfache Gleichung $\bar{E} = k_B T$ erhält.